

Física: Ejercitación Unidad 1: Ejercicios resueltos

1. ¿Qué persona es más alta: Pablo, que mide 183 cm, o Ramiro, cuya altura es de $1,75 \cdot 10^{-2}$ hm?

Para poder realizar la comparación, es importante expresar ambas alturas en la misma unidad. En este caso, escogemos centímetros, pero esto es indistinto siempre y cuando sean ambas iguales. Así,

→ Pablo: 183 cm

→ Ramiro: $1,75 \cdot 10^{-2}$ hm = 0,0175 hm = 175 cm (En este caso, en primer lugar se debe prestar atención a la cantidad expresada en notación científica)

Una manera más exhaustiva de convertir $1,75 \cdot 10^{-2}$ hm a cm es utilizando la regla del 3 simple, recordando que $1 \text{ hm} = 1 \cdot 10^4 \text{ cm}$.

$$1 \text{ hm} \text{ ————— } > 1 \cdot 10^4 \text{ cm}$$

$$1,75 \cdot 10^{-2} \text{ hm} \text{ ————— } > x = \frac{1,75 \cdot 10^{-2} \text{ hm} \cdot 1 \cdot 10^4 \text{ cm}}{1 \text{ hm}} = 1,75 \cdot 10^2 \text{ cm} = 175 \text{ cm}$$

Por lo tanto, dado que $183 > 175$, Pablo resulta más alto que Ramiro.

2. Un maratonista, para su entrenamiento, realiza durante cinco días los siguientes recorridos: el primer día recorre 1100 dam, el segundo día 150 hm, en el tercer día 12 km, en el cuarto 18500 m, y para el último día recorre 1.450.000 cm. ¿Cuántos kilómetros recorre en los cinco días?

Al igual que en la actividad anterior, es fundamental expresar todas las cantidades en la misma unidad. En este caso, escogemos kilómetros.

→ Primer día: 1100 dam = 11 km

→ Segundo día: 150 hm = 15 km

→ Tercer día: 12 km

→ Cuarto día: 18500 m = 18,5 km

→ Quinto día: 1.450.000 cm = 14,5 km

Finalmente, realizamos la suma de las distancias recorridas en los cinco tramos, y obtenemos que **el maratonista recorrió en total 71 km.**

3. En una avenida la velocidad máxima permitida para circular es de 60 km/h. ¿A cuál/es de estos automovilista/s le/s correspondería una multa?

- * Auto 1: circula a una velocidad de 55000 m/h.
- * Auto 2: circula a una velocidad de 30 m/s.
- * Auto 3: circula a una velocidad de 0,25 hm/s.

Una vez más, para poder realizar las comparaciones, es necesario expresar las velocidades en las mismas unidades. En este caso, escogemos convenientemente km/h, porque es la que aporta el velocímetro de los automóviles.

$$\rightarrow \text{Velocidad auto 1: } 55000 \frac{m}{h} = 55 \frac{km}{h} < 60 \frac{km}{h}$$

$$\rightarrow \text{Velocidad auto 2: } 30 \frac{m}{s} = 108 \frac{km}{h} > 60 \frac{km}{h}$$

$$\rightarrow \text{Velocidad auto 3: } 0,25 \frac{hm}{s} = 90 \frac{km}{h} > 60 \frac{km}{h}$$

Así, dado que 55 es menor a 60 y que tanto 108 como 90 son mayores que 60, **les correspondería una multa a los conductores de los autos 2 y 3.**

4. Dadas las siguientes velocidades orbitales con las que los planetas se trasladan alrededor del Sol, ordenar los planetas de menor a mayor rapidez. Les aconsejamos que expresen todas las velocidades en la misma unidad (por ejemplo km/h, km/s, m/s).

$$V_{\text{TIERRA}} = 29,78 \text{ km/s}$$

$$V_{\text{NEPTUNO}} = 1,95 \cdot 10^7 \text{ m/h}$$

$$V_{\text{JUPITER}} = 784200 \text{ m/min}$$

$$V_{\text{VENUS}} = 35 \text{ km/s}$$

$$V_{\text{MERCURIO}} = 169200 \text{ km/h}$$

$$V_{\text{SATURNO}} = 9600 \text{ m/s}$$

Expresamos todas las velocidades planetarias en km/s.

$$\rightarrow V_{\text{TIERRA}} : 29,78 \frac{km}{s}$$

$$\rightarrow V_{\text{JUPITER}} : 784200 \frac{m}{min} = 13,07 \frac{km}{s}$$

$$\rightarrow V_{\text{MERCURIO}} : 169200 \frac{km}{h} = 47 \frac{km}{s}$$

$$\rightarrow V_{\text{NEPTUNO}} : 1,95 \cdot 10^7 \frac{m}{h} = 5,42 \frac{km}{s} \quad [\text{En este caso hemos redondeado a la}]$$

centésima]

$$\rightarrow V_{\text{VENUS}} : 35 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

$$\rightarrow V_{\text{SATURNO}} : 9600 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 9,6 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Por lo tanto, realizando la comparación de las velocidades de traslación de los planetas a partir de los valores obtenidos, resultan, ordenados de menor a mayor rapidez: **Neptuno, Saturno, Júpiter, Tierra, Venus, Mercurio**. Notar que los planetas cuyas órbitas están más alejadas del sol, se mueven más lentamente que los más cercanos (esto es consecuencia de la tercera ley de Kepler, que si bien no forma parte del programa del eje de Física, compartimos el dato que sustenta la coherencia del ejercicio de conversión de unidades, y también para quien sienta curiosidad referida al tema).

5. Realizar los siguientes cambios de unidades, indicando en cada caso a qué magnitud física corresponde:

- | | |
|-----------------|---|
| a) 1,45 h a s | e) 1,15 m/s a km/h |
| b) 2,30 h a min | f) 36 km/s a m/s |
| c) 835 m a km | g) 110 km/h a m/s |
| d) 6,90 km a cm | h) 200 km/h ² a m/s ² |

Respuestas:

- a) 1,45 h = 5220 s (tiempo)
- b) 2,30 h = 138 min (tiempo)
- c) 835 m = 0,835 km (longitud)
- d) 6,90 km = 690000 m = $6,9 \cdot 10^5$ m (longitud)
- e) 1,15 m/s = 4,14 km/h (velocidad)
- f) 36 km/s = 36000 m/s = $3,6 \cdot 10^4$ m/s (velocidad)
- g) 110 km/h = 30,56 m/s (velocidad)
- h) $200 \text{ km/h}^2 = 0,0154 \text{ m/s}^2 = 1,54 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}^2$ (aceleración)

6. Escribir los siguientes números en unidades estándar del SI (1 erg= 10^{-7} J; 1 dyn= 10^{-5} N):

- | | |
|-----------|-------------------------|
| a) 290 mm | e) 12,5 µg |
| b) 960 µV | f) 2,50 GV |
| c) 480 cg | g) $1,2 \cdot 10^6$ erg |
| d) 560 mA | h) 6600 dyn |

Respuestas:

- | | |
|-----------------------------------|--------------------|
| a) 290 mm = 0,29 m | c) 480 cg = 4,8 g |
| b) 960 µV = $9,6 \cdot 10^{-4}$ V | d) 560 mA = 0,56 A |

$$e) 12,5 \mu\text{g} = 1,25 \cdot 10^{-5} \text{ g}$$

$$g) 1,2 \cdot 10^6 \text{ erg} = 0,12 \text{ J}$$

$$f) 2,50 \text{ GV} = 2,5 \cdot 10^9 \text{ V}$$

$$h) 6600 \text{ dyn} = 6,6 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

7. ¿Cuáles de las siguientes medidas le resultan más apropiadas para el peso de un libro de texto de Física? ¿Por qué?

(a) 20 kg

(d) 9 hg

(b) 0,15 dag

(e) 2000 mg

(c) $1,3 \cdot 10^5 \text{ mg}$

(f) 20

g

Antes que nada, una aclaración: Hay un detalle que no debemos dejar pasar y que retomaremos más adelante. En el enunciado de la pregunta se hace referencia al “peso” de un libro, cuando en realidad lo correcto sería decir cuál es su “masa”. Sin embargo, abusando del lenguaje y sólo por ahora, ya que sirve como disparador para el debate, hemos dejado la pregunta de esta manera, ya que es habitual que, en la vida cotidiana, se haga referencia al dato que arroja la balanza como al “peso”. En la unidad de Mecánica volveremos a este punto y profundizaremos en estas magnitudes y la relación entre ellas.

Es evidente que la pregunta “¿cuánto pesa un libro?” no es fácil de responder, ya que la información de la que disponemos y de la que no (gramaje del papel, cantidad de hojas, tipo de tapas, entre otros), no nos permite arribar a un resultado. Sin embargo, es posible realizar algunas conjeturas o al menos establecer algunas aproximaciones que nos permitan considerar algunas opciones como válidas y descartar otras. Más allá de las conjeturas, uno de los objetivos de esta primera etapa del eje de Física es practicar la conversión de unidades, y ejercicios como éste nos permiten aumentar la práctica.

Según una nota publicada en el sitio web <https://cincodias.elpais.com/>¹, el peso medio actual de un libro de texto escolar, es de 880 gramos. En el caso de un libro de texto universitario, podemos suponer que está entre 500 g y 1500 g.

Dicho esto, es conveniente expresar todas las cantidades en la misma unidad, en este caso lo haremos en gramos:

¹https://cincodias.elpais.com/cincodias/2010/04/14/sentidos/1271377403_850215.html#:~:text=El%20peso%20medio%20actual%20de,Ligera%20es%20de%20250%20gramos.

(a) $20 \text{ kg} = 20000 \text{ g}$

(b) $0,15 \text{ dag} = 1,5 \text{ g}$

(c) $1,3 \cdot 10^5 \text{ mg} = 1300 \text{ g}$

(d) $9 \text{ hg} = 900 \text{ g}$

(e) $2000 \text{ mg} = 2 \text{ g}$

(f) 20 g

Por lo mencionado más arriba, las opciones **(c) y (d) podrían considerarse correctas**, mientras que las otras no lo serían, en algunos casos por tratarse de valores muy altos, como en la opción (a), y en las tres restantes, por tratarse de valores muy pequeños (menores o iguales a 20 gramos).

8. La velocidad de la luz en el vacío es igual a 299792458 km/s . Indicar dicha velocidad en m/s y en km/h , expresando ambos resultados en notación científica.

Respuestas:

→ $v = 299.792.458 \text{ km/s} = 299.792.458.000 \text{ m/s} = 2,99792458 \cdot 10^{11} \text{ m/s}$

→ $v = 299.792.458 \text{ km/s} = 1,07925285 \cdot 10^{12} \text{ km/h}$

9. Expresar las siguientes cantidades en notación científica:

(a) Masa aproximada de un barco: 10000000000 kg

(b) Vida media de un ser humano: 1000000000 h

(c) Masa de un átomo: $0,000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 1 \text{ kg}$

(d) Período del electrón en su órbita: $0,000\ 000\ 000\ 000\ 001 \text{ s}$

(e) Masa de la Tierra: $5\ 970\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000 \text{ kg}$

Respuestas:

(a) Masa aproximada de un barco: $10000000000 \text{ kg} = 1 \cdot 10^{10} \text{ kg}$

(b) Vida media de un ser humano: $1000000000 \text{ h} = 1 \cdot 10^9 \text{ h}$

(c) Masa de un átomo: $0,000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 1 \text{ kg} = 1 \cdot 10^{-22} \text{ kg}$

(d) Período del electrón en su órbita: $0,000\ 000\ 000\ 000\ 001 \text{ s} = 1 \cdot 10^{-15} \text{ s}$

(e) Masa de la Tierra: $5\ 970\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000 \text{ kg} = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

10. La vida media de un núcleo radiactivo es de $1,5 \cdot 10^{-8} \text{ s}$. ¿Cuál es su vida media en milisegundos, microsegundos, nanosegundos, picosegundos y en minutos?

Respuestas:

Vida media = $1,5 \cdot 10^{-8} \text{ s}$

= $1,5 \cdot 10^{-5} \text{ ms}$

= $1,5 \cdot 10^{-2} \mu\text{s}$

= $1,5 \cdot 10 \text{ ns}$

$$= 1,5 \cdot 10^4 \text{ ps}$$

$$= 2,5 \cdot 10^{-10} \text{ min}$$

11. La masa de un átomo de uranio es de $4,0 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$. ¿Cuántos átomos de uranio hay en 12 gramos de uranio puro?

ATENCIÓN: Por un error de tipeo, en la guía el enunciado de la actividad dice que la masa de un átomo de uranio es de $4,0 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$, cuando lo correcto es $4,0 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$. Resolveremos para el valor correcto y más abajo dejaremos el valor al que se arribaría con el valor proporcionado por la guía.

Respuesta:

Para determinar cuántos átomos de uranio hay en 12 gramos de uranio es preciso transformar todos los datos a las mismas unidades, en este caso, gramos. Así,

$$\rightarrow \text{masa del átomo de Uranio} = 4,0 \times 10^{-26} \text{ kg} = 4,0 \times 10^{-23} \text{ g}$$

Ahora procedemos a dividir la masa total de uranio por la masa de cada átomo de uranio:

$$\rightarrow \text{átomos de uranio} = 12 \text{ g} / 4,0 \times 10^{-23} \text{ g} = 3 \times 10^{23}$$

Por lo cual, la cantidad de átomos que hay en 12 g de uranio es 3×10^{23} . Notar que este valor no tiene unidades.

Respuesta en el caso de haber trabajado con los datos de la guía:

En el caso de algún elemento con una masa de $4,0 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$, la cantidad de elementos en 12 gramos de sería 3×10^3

12. Una gragea de un medicamento contiene 10 mg del agente activo. Si este medicamento se suministra tres veces al día a un paciente, ¿cuántos microgramos ingiere el paciente en 4 días de tratamiento?

Llamamos **m** a la masa de medicamento ingerido por el paciente durante los 4 días del tratamiento, correspondiente a un total de 12 dosis (3 tomas diarias)

$$m = 10 \text{ mg} \cdot \frac{10^{-3} \text{ g}}{1 \text{ mg}} \cdot \frac{1 \mu\text{g}}{10^{-6} \text{ g}} \cdot 12 = 1,2 \cdot 10^5 \mu\text{g}$$

Por lo tanto, el paciente recibe en total, luego de los 4 días del tratamiento, $1,2 \cdot 10^5 \mu\text{g}$ del medicamento.

13. Indicar el número de cifras significativas de cada uno de los siguientes números.

(a) 1302,1

(e) 0,00258

(b) 75400

(f) $12 \cdot 10^5$

(c) 54,33

(g) $7,26 \cdot 10^{-2}$

(d) 17,250

(h) $5,0 \cdot 10^{-3}$

Respuestas:

Recordemos que para decidir la cantidad de cifras significativas se siguen las siguientes reglas:

- Cuando el número carece de ceros, todas las cifras son significativas.
- Cuando existen ceros en el número, pero están situados entre cifras distintas de ceros, esos ceros intermedios sí son significativos.
- Cuando existen ceros (o incluso un único cero) a la izquierda de la primera cifra distinta de cero, esos ceros no son significativos, o bien porque no son necesarios o porque sólo sirven para fijar la posición del primer dígito distinto de cero tras la coma, lo que puede subsanarse usando notación científica.
- Cuando existen ceros a la derecha de la última cifra distinta de cero, se pueden presentar dos casos:
 - Que el número carezca de parte decimal, en cuyo caso, tratándose de un número entero, el cero es significativo, porque aporta información respecto a la magnitud de ese número. **Pero si el número se expresa en notación científica, los ceros referidos no aportan información, y por lo tanto no son significativos.**
 - Que el número presente parte decimal, y en este caso, el cero a la derecha no incorpora valor, pero dependiendo del contexto, podría incorporar información, en cuyo caso sí sería significativo.

(a) 1302,1	→ 5 cifras significativas	(e) 0,00258	→ 3 cifras significativas
(b) 75400	→ 5 cifras significativas	(f) $12 \cdot 10^5$	→ 2 cifras significativas
(c) 54,33	→ 4 cifras significativas	(g) $7,26 \cdot 10^{-2}$	→ 3 cifras significativas
(d) 17,250	→ 5 cifras significativas	(h) $5,0 \cdot 10^{-3}$	→ 2 cifras significativas (*)

Notar que en el caso del ítem (f), el número no está expresado en notación científica, ya que $12 > 10$, pero vale como ejercicio para la práctica de cifras significativas.

(*) En el caso del ítem (h) decimos que tiene dos cifras significativas, porque el hecho de escribir el 0 luego de la coma, si bien se trata del número entero “5”, en general aporta datos acerca de la manera en la que fue efectuada una medición, por ejemplo, de acuerdo al instrumento utilizado. A esto nos referimos más arriba al decir que la decisión de cuántas cifras, en casos como estos, depende del contexto. Sin embargo, si indicaron que tenía una cifra significativa, al desconocer el contexto, también es correcto.

14. La tarifa de un viaje en taxi en la ciudad de Córdoba, en horario diurno, está compuesta por un costo fijo, llamado bajada de bandera, de \$181, más el costo de las

fichas, cada 110 metros recorridos, que es de \$9, cada una.

Completar la siguiente tabla de valores.

Distancia [km]	Precio [\$]
0	
2	
5	
10	
20	

- (a) Representar gráficamente los datos en un sistema de coordenadas ortogonales, detallando cuál es la variable independiente, cuál la dependiente y las unidades de los ejes.
- (b) Determinar la expresión algebraica (función) que modeliza estos datos e indicar el dominio de la función.
- (c) Con la información obtenida, estime cuánto sería el costo de:
- un viaje desde la terminal de ómnibus de Córdoba hasta el aeropuerto Ambrosio Taravella (aproximadamente 15,4 km).
 - un viaje desde la terminal de ómnibus hasta la plazoleta del Reloj Cucú de Villa Carlos Paz (aproximadamente 42,6 km).

Antes de comenzar, es necesario comprender los datos que nos presenta la actividad. El costo fijo, \$181, es un monto que se paga en todos los viajes, independientemente de la distancia recorrida, mientras que las fichas se computan de a una cada 110 metros.

Ahora bien: ¿cuántas fichas hay en, por ejemplo, 2 kilómetros recorridos? Una cuenta sencilla nos indica que $2000/110 = 18,18....$. Pero dado que las fichas no pueden ser números decimales, en rigor de verdad en 2 km, hay 19 fichas (la ficha 19 “cae” al superar los 1980 metros). Sin embargo, para resolver esta actividad, consideraremos de manera simplificada que las fichas pueden ser decimales.

Dicho esto, la cantidad ***f*** de fichas por cada viaje estará dada por la distancia recorrida ***d*** (expresada en metros) dividida por 110 m:

$$f = \frac{d}{110\text{ m}}$$

Por lo tanto, el costo C , expresado en pesos, de cada viaje, será:

$$C = \$9 \cdot f + \$181 \quad (*)$$

Reemplazando f en (*)

$$C = \$9 \cdot \frac{d}{110 \text{ m}} + \$181$$

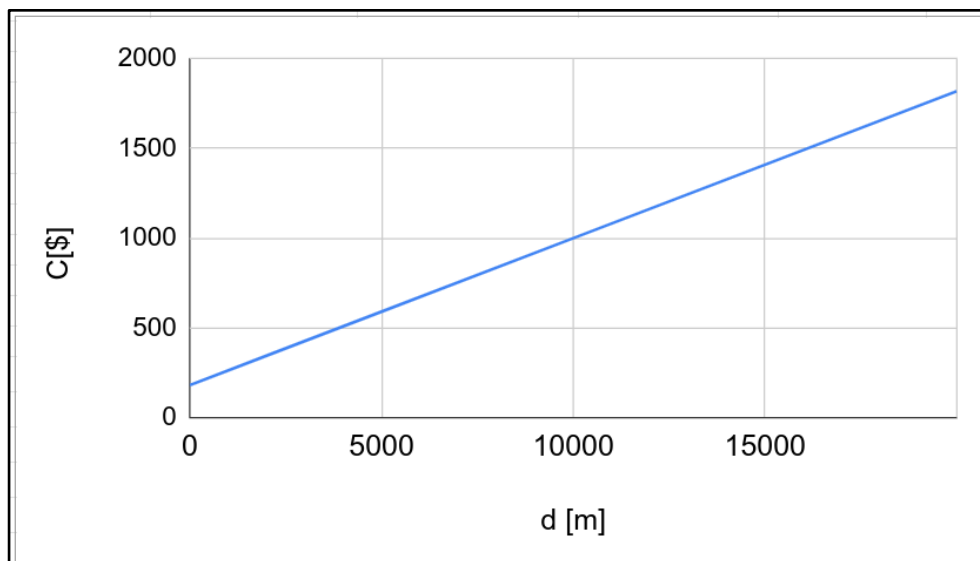
Finalmente, reagrupando los factores convenientemente

$$C = \frac{\$9}{110 \text{ m}} \cdot d + \$181$$

Por lo tanto, a partir de esta ecuación, y reemplazando d por los valores de la tabla (recordando que deben convertirse a metros), procedemos a completar la tabla, redondeando los resultados a números enteros:

Distancia [km]	d [m]	Precio [\$]
0	0	181
2	2000	345
5	5000	590
10	10000	999
20	20000	1817

(a) Representar gráficamente los datos en un sistema de coordenadas ortogonales, detallando cuál es la variable independiente, cuál la dependiente y las unidades de los ejes.



A partir de lo desarrollado más arriba, podemos decir que la variable independiente será la distancia recorrida, ***d***, expresada en metros, mientras que la variable dependiente será el costo del viaje, ***C***, expresado en pesos.

(b) Determinar la expresión algebraica (función) que modeliza estos datos e indicar el dominio de la función.

A partir de lo analizado antes, la función que expresa el costo en función de la distancia recorrida es:

$$C = \frac{\$9}{110 \text{ m}} \cdot d + \$181$$

En cuanto al dominio de la función, observemos que los valores que puede adoptar la variable independiente (la distancia recorrida, expresada en metros) no puede ser nunca un número negativo. Por lo tanto, el dominio de la función serán los números enteros (***Z***) mayor o iguales a cero. En símbolos,

$$C = \frac{\$9}{110 \text{ m}} \cdot d + \$181, \text{ para } d \in \mathbb{Z}, d \geq 0$$

Aclaración importante: Siendo rigurosos, dado que las fichas se computan cada 110 metros y no se fraccionan, la distancia siempre debería ser un número entero múltiplo de 110. En el caso de la resolución de esta actividad, como mencionamos más arriba, no hemos tenido en cuenta este aspecto, de modo que la función resultante podría considerarse una función lineal continua, como la graficada en la respuesta de la consigna (a).

(c) Con la información obtenida, estime cuánto sería el costo de:

- un viaje desde la terminal de ómnibus de Córdoba hasta el aeropuerto Ambrosio Taravella

(aproximadamente 15,4 km).

Reemplazando d por 15,4 km = 15400 m, resulta

$$C = \frac{\$9}{110 \text{ m}} \cdot d + \$181$$

$$C = \frac{\$9}{110 \text{ m}} \cdot 15400 + \$181$$

$$C = \$1441$$

- un viaje desde la terminal de ómnibus hasta la plazoleta del Reloj Cucú de Villa Carlos Paz (aproximadamente 42,6 km).

De manera análoga, reemplazamos d por 42,6 km = 42600 m,

$$C = \frac{\$9}{110 \text{ m}} \cdot d + \$181$$

$$C = \frac{\$9}{110 \text{ m}} \cdot 42600 + \$181$$

$$C = \$3666$$

15. En una ciudad existe una ordenanza de regulación de estacionamiento. La norma indica que se debe pagar cierta cantidad por cada minuto y que no hay un mínimo. Juan coloca \$135 y el parquímetro indica que dispone de 45 minutos. Sara, con \$84, dispone de 28 minutos.

- (a) Encontrar la ecuación que relaciona el precio con el tiempo y graficarla.
- (b) ¿Cuánto hay que abonar para estacionar 55 minutos?
- (c) Si alguien paga \$240, ¿de cuánto tiempo dispone?

Respuestas:

(a) Si llamamos p al precio (en pesos) y t al tiempo (en minutos), la ecuación que relaciona ambas cantidades es

$$p(t) = at,$$

donde a es la una constante que podemos obtener a partir de los datos que vinculan el tiempo disponible y el dinero abonado.

Expresando los datos como pares ordenados (t,p) resulta:

→ Juan: (45, 135)

→ Sara: (28,84)

De esta forma resultan dos ecuaciones

- $p(45) = a \cdot 45$

$$135 = 45a$$

- $p(28) = a \cdot 28$

$$84 = 28a$$

De ambas ecuaciones resulta $a = 3$

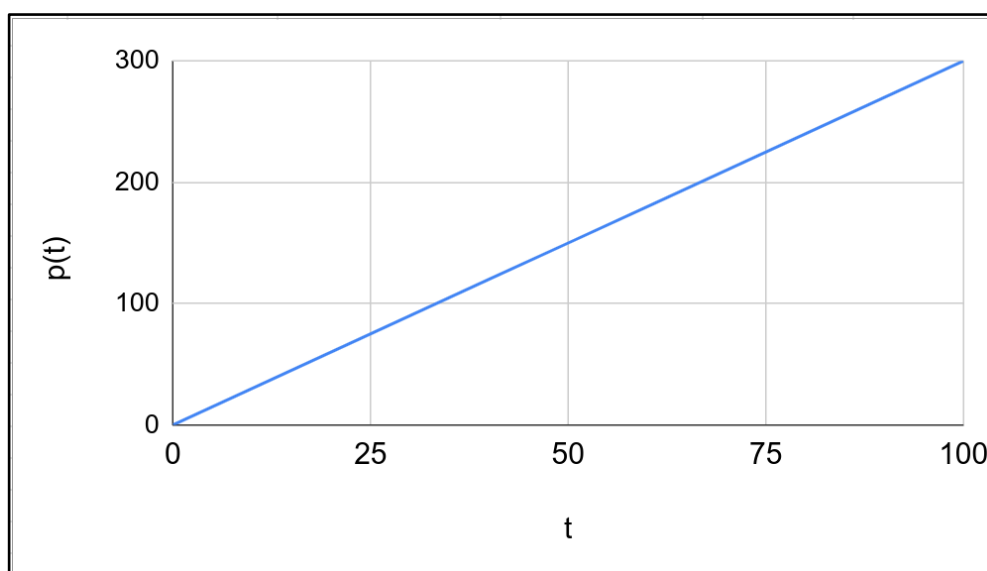
Por lo cual la ecuación que indica el precio que se debe abonar en función del tiempo es

$$p(t) = 3t$$

Es importante señalar aquí que no consideramos los tiempos negativos, por lo que la respuesta completa sería:

$$p(t) = 3t, \text{ para } t \geq 0$$

Es decir, el dominio de la función serán los números no negativos, con lo cual el gráfico de la función será el que se muestra en la figura.



(b) Para saber cuánto se debe abonar para disponer de 55 minutos, basta con reemplazar este valor en la ecuación general:

$$p(t) = 3t$$

$$p(55) = 3 \cdot 55$$

$$p(55) = 165$$

Por lo tanto será de \$165.

(c) Finalmente, para saber de cuánto tiempo dispone alguien que abona \$240, reemplazamos la variable t en la ecuación y despejamos:

$$p(t) = 3t$$

$$240 = 3t \Rightarrow t = 240/3 = 80$$

Es decir, que si alguien abona \$240, dispone de 80 minutos para estacionar.

16. La velocidad de propagación del sonido en el aire es de 340 m/s.

(a) Representar la gráfica de la función que relaciona la distancia recorrida por el sonido en función del tiempo.

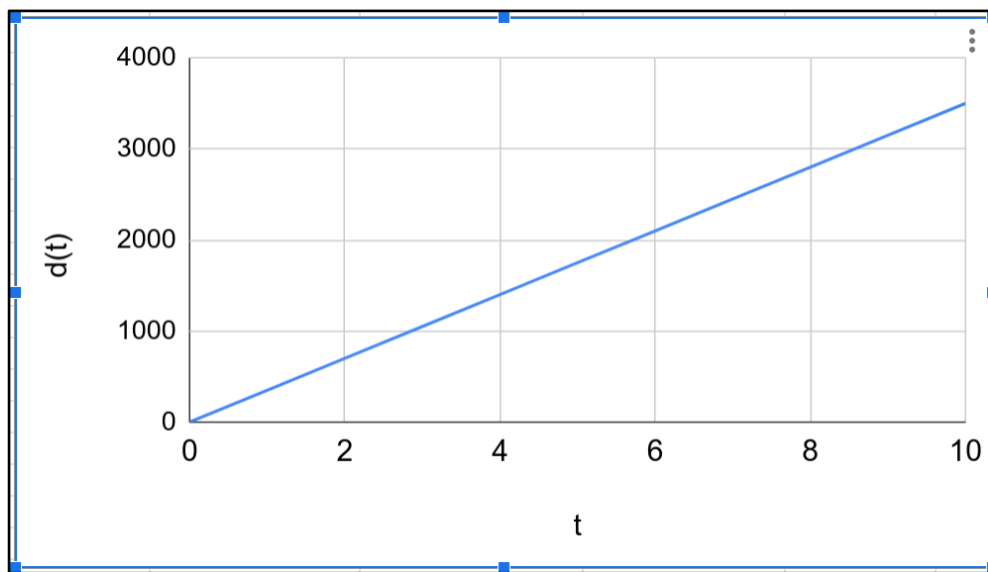
(b) Si el tiempo que transcurre desde que un observador ve un relámpago hasta que oye el trueno es de 5 segundos, ¿a qué distancia del observador se encuentra la tormenta?

Respuestas:

(a) La ecuación que representa la distancia recorrida por el sonido en función del tiempo será:

$$d(t) = 340 \text{ [m/s]} t, \text{ para } t \geq 0$$

Por lo que la gráfica será (por los mismos argumentos expuestos en la actividad anterior) la que se muestra en la figura.



(b) Reemplazando en la ecuación por $t = 5 \text{ s}$ resulta:

$$d(t) = 340 \text{ [m/s]} t$$

$$d(5) = 340 \text{ [m/s]} \cdot 5 \text{ s}$$

$$d(5) = 1700 \text{ m}$$

Por lo que, si el tiempo que transcurre desde que un observador ve un relámpago hasta que oye el trueno es de 5 segundos, podemos decir que la tormenta se encuentra a 1700 m, 1,7km.

17. Si se lanza una pelota verticalmente hacia arriba, su altura, h (expresada en metros), en función del tiempo, t (expresado en segundos), está dada por la ecuación:

$$h = 9,8(\text{m/s}) t - 4,9 (\text{m/s}^2)t^2 .$$

- (a) ¿Cuál es la máxima altura que puede alcanzar la pelota?
- (b) ¿Cuánto tiempo tarda en alcanzar dicha altura?
- (c) ¿Cuánto tiempo después de lanzada vuelve al punto de partida?

(a) y (b) Analizando la función que vincula la altura alcanzada por la pelota en función del tiempo, vemos que ésta tiene forma de función cuadrática. Recordemos que la ecuación general de la función cuadrática es

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

En nuestro caso, la ecuación es

$$h(t) = -4,9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2 + 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t$$

y los coeficientes a y b están dados por:

$$a = -4,9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{y} \quad b = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

La altura máxima que alcanza la pelota, está dada por el máximo valor de la variable dependiente, y las coordenadas de ese punto, llamado vértice de la parábola, se pueden calcular a partir de las siguientes ecuaciones:

$$t_v = -\frac{b}{2a} \quad \text{y} \quad h_v = h(t_v)$$

De acuerdo a esto, reemplazando por lo valores conocidos

$$t_v = -\frac{9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \cdot (-4,9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})} = 1 \text{ s}$$

$$h_v = h(t_v) = -4,9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (1\text{s})^2 + 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot (1\text{s}) = 4,9 \text{ m}$$

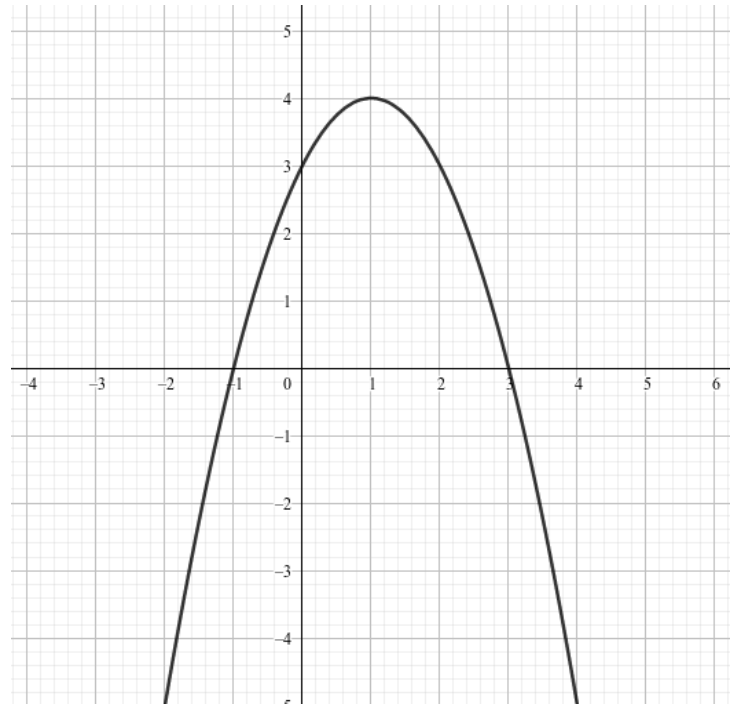
Por lo tanto, la **altura máxima alcanzada por la pelota será de 4,9 metros y la alcanzará luego de que haya transcurrido 1 segundo desde que sea lanzada.**

(c) Para responder a esta pregunta es importante pensar en la forma de la ecuación y recordar que la representación gráfica de la función cuadrática es una parábola simétrica respecto de una recta paralela al eje de las ordenadas y que pasa por el vértice de la

parábola. Por lo tanto, si la pelota tarda 1 segundo en alcanzar la altura máxima, tardará el mismo tiempo en volver a punto de partida. De esta manera, podemos afirmar que **la pelota vuelve al punto de partida 2 segundos después de lanzada** (1 segundo de subida más 1 segundo de bajada).

18. Indicar cuál de las siguientes corresponde a la ecuación de la función cuadrática representada:

- (a) $f(x) = -x^2 - 2x + 3$
- (b) $f(x) = -x^2 + 2x - 3$
- (c) $f(x) = -x^2 + 2x + 3$
- (d) $f(x) = x^2 + 2x + 3$
- (e) $f(x) = x^2 - 2x + 3$
- (f) $f(x) = -x^2 - 2x - 3$



Si observamos las ecuaciones de las opciones, hay algunas de ellas que podríamos descartar.

* En primer lugar, la gráfica de la función muestra las ramas hacia abajo, por lo que el coeficiente principal seguramente será negativo. Esto permite argumentar que las opciones (d) y (e) no corresponden a la gráfica que muestra la figura.

* Por otro lado, algo que se también se desprende de la gráfica es que la ordenada al origen es positiva, en este caso, es 3. Por este motivo, estamos en condiciones de descartar las opciones (b) y (f).

Ahora bien, ¿cómo escoger entre las opciones (a) y (c)? Hay muchas maneras de analizarlo, pero una muy sencilla es valuar las funciones en sus raíces (recordando que para dichos valores la función se anula), que son datos que podemos extraer de la gráfica. Éstas son: $x_1 = -1$ y $x_2 = 3$. Veamos cada opción:

(a) $f(x) = -x^2 - 2x + 3$

$$f(x_1) = f(-1) = -(-1)^2 - 2(-1) + 3 = -1 + 2 + 3 = 4 \neq 0$$

Este resultado nos permite descartar la opción (a). Sin embargo, es importante verificar,

además, que la opción (c) es correcta, por lo que calculamos el valor de la función para cada una de las raíces.

$$(c) \quad f(x) = -x^2 + 2x + 3$$

$$\rightarrow f(x_1) = f(-1) = -(-1)^2 + 2 \cdot (-1) + 3 = -1 - 2 + 3 = 0$$

$$\rightarrow f(x_2) = f(3) = -(3)^2 + 2 \cdot (3) + 3 = -9 + 6 + 3 = 0$$

Con lo cual podemos afirmar que **la opción (c) es la correcta.**

19. Resolver los siguientes logaritmos **cuando sea posible** y verificar los resultados que se obtengan aplicando la definición.

$$(a) \log_4 64 =$$

$$(d) \log_{\sqrt{3}} \frac{1}{9} =$$

$$(b) \log_2 \sqrt{2} =$$

$$(e) \log_4 0,5 =$$

$$(c) \log_6 0 =$$

$$(f) \log_2 (-4) =$$

Respuestas:

$$\rightarrow \log_4 64 = 3, \text{ ya que } 4^3 = 64$$

$$\rightarrow \log_2 \sqrt{2} = \frac{1}{2}, \text{ ya que } 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

$\rightarrow \log_6 0$ **No existe el resultado, ya que no es posible calcular el logaritmo de cero, sin importar cuál sea su base.**

$$\rightarrow \log_{\sqrt{3}} \frac{1}{9} = -4, \text{ ya que } (\sqrt{3})^{-4} = (3^{\frac{1}{2}})^{-4} = 3^{-2} = \frac{1}{9}$$

$$\rightarrow \log_4 0,5 = -\frac{1}{2} \text{ ya que } 4^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$\rightarrow \log_2 (-4)$ **No existe el resultado, ya que no es posible calcular el logaritmo de un número negativo, sin importar cuál sea su base.**

20. Si la base del logaritmo es 10, se llama **logaritmo decimal** y se expresa **log**, sin indicar la base. Por otro lado, se denomina **logaritmo natural o neperiano** al logaritmo cuya base es el número **e**. En este caso se escribe **ln**. Utilizar las teclas **log** y **ln** de la calculadora científica para obtener los siguientes logaritmos. Redondear a los milésimos.

$$(a) \log \sqrt{2} =$$

$$(d) \ln 10 =$$

$$(b) \log 100 =$$

$$(e) \ln \sqrt{5} =$$

$$(c) \log 0,1 =$$

$$(f) \ln 0,3 =$$

Respuestas:

(a) $\log \sqrt{2} = 0,151$

(b) $\log 100 = 2$

(c) $\log 0,1 = -1$

(d) $\ln 10 = 2,303$

(e) $\ln \sqrt{5} = 0,805$

(f) $\ln 0,3 = -1,204$