

ECUACIÓN, RELACIÓN Y FUNCIÓN

Una ecuación es una igualdad existente entre dos expresiones algebraicas en la que podemos encontrar uno o varios elementos desconocidos, llamadas incógnitas, además de otros elementos conocidos. A la primera y segunda parte de la igualdad se la denomina primer miembro y segundo miembro respectivamente. Dos ecuaciones son equivalentes cuando tienen el mismo resultado.

Hay distintos tipos de igualdades:

- una igualdad numérica: $2 + 5 = 4 + 3$;
- una igualdad algebraica: $2x + 3x = 5x$;
- una función: $3x + 2 = y$.

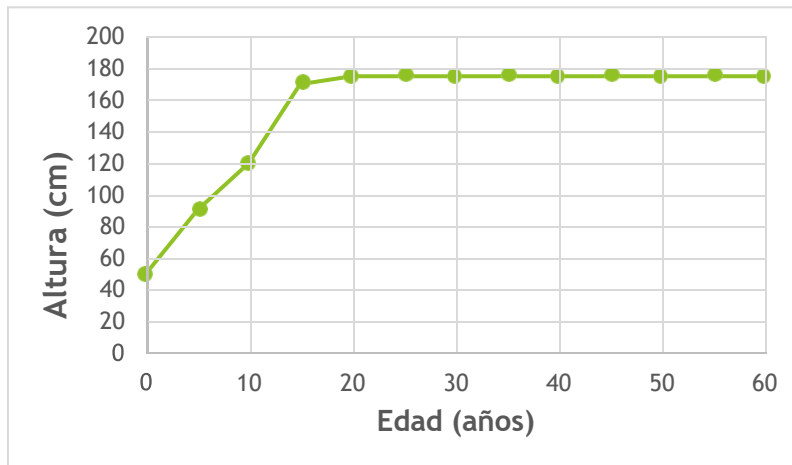
En matemática, una “relación” es la correspondencia de un primer conjunto, llamado **DOMINIO o CONJUNTO DE PARTIDA**, con un segundo conjunto, llamado **CODOMINIO o CONJUNTO DE LLEGADA**, de manera que a cada elemento del dominio le corresponde uno o más elementos del codominio.

Por su parte, una **función** es una relación entre dos conjuntos a la cual se añade la condición de que a cada valor del dominio le corresponde uno y sólo un valor del codominio.

De las definiciones anteriores se puede deducir que: toda función es una relación, pero no toda relación es una función; toda ecuación es una relación, pero no toda ecuación es una función; toda relación puede ser graficada en el Plano Cartesiano.

FUNCIONES

La siguiente gráfica muestra el crecimiento de una persona cada 5 años:



Mirando el problema inicial, se puede deducir que la altura depende de la edad. Por lo tanto, esta situación relaciona dos magnitudes o variables. Convencionalmente, en dicha relación, se grafican las variables independientes en el eje horizontal y las variables dependientes, en el eje vertical de un sistema de coordenadas cartesiano.

Una relación entre dos variables es funcional si a cada valor de la variable independiente le corresponde un único valor de la variable dependiente. Es decir, a cada valor del conjunto A (DOMINIO) le corresponde un único valor del conjunto B (CODOMINIO).

Esta relación funcional entre dos variables se utiliza para modelizar situaciones. Mediante una función, al determinar ciertos valores de la variable independiente es posible conocer con certeza los valores que va tomando la variable dependiente y así estimar qué sucede con otros valores que se deseen conocer.

Representación de funciones

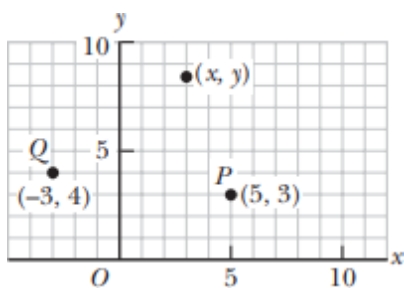
Cuando estudiamos fenómenos naturales que involucran magnitudes físicas, es habitual buscar relacionar dos o más de ellas. Esas relaciones se expresan mediante ecuaciones matemáticas, donde una de ellas depende de otra u otras. En este caso hablamos de funciones, que pueden ser representadas gráficamente, de manera tal que permiten observar características de la función, visualizar variaciones en ésta, etc.

Para poder graficar una función es necesario definir sistemas de referencia, que son ejes de coordenadas que permiten representar valores en cada uno de los ejes a escalas preestablecidas. Los sistemas de referencia más usados son los unidimensionales, bidimensionales, tridimensionales, esféricos y cilíndricos. Abordaremos en esta ocasión el de dos dimensiones, que están formados por dos ejes, en particular, trabajaremos con el sistema de coordenadas cartesiano ortogonal, en el cual los ejes son perpendiculares entre sí, y se cruzan en un punto que llamamos **origen de coordenadas**. Dicho gráfico permite localizar puntos en un plano dentro de un sistema de coordenadas que se conocen como **coordenadas rectangulares**. El eje horizontal se llama **eje de las abscisas** y el vertical, **eje de las ordenadas**. Todos los puntos del plano quedan definidos por un par de números referidos al sistema elegido, un par ordenado (x,y) , donde el primer elemento indica la coordenada en el eje de las abscisas y la segunda, la coordenada en el eje de las ordenadas. El origen de coordenadas está dado por el par $(0,0)$.

El sistema de coordenadas cartesiano de dos dimensiones está constituido por dos ejes perpendiculares entre sí. El eje de las abscisas representa al conjunto dominio y se nombra con la letra que representa a la variable independiente. El eje de las ordenadas representa al conjunto codominio y se nombra con la letra que representa a la variable dependiente. Generalmente, la convención es que llamemos x a la variable independiente, que el eje de las abscisas esté graficado de forma horizontal; que llamemos y o $f(x)$ a la variable dependiente y que el eje de las ordenadas esté graficado de forma vertical. Como se trabaja con funciones matemáticas, tanto el dominio como el codominio representan conjuntos de números. Por esta razón, a uno de los extremos de cada eje se le suele colocar una flecha

que indica el lado hacia el cual crece la numeración del eje. Finalmente, los ejes deben tener alguna referencia sobre la escala en la que se está graficando la función.

Para obtener la gráfica de una función se puede partir de una tabla de valores, representando los puntos del plano (x,y) , donde los valores de “x” corresponden a la variable independiente y los valores de “y” corresponden a la variable dependiente. Los puntos indicados en la gráfica se unirán, si la variable independiente puede tomar cualquier valor en el intervalo estudiado. La recta o curva resultante es la gráfica de la función.



Ubicación de puntos en un sistema cartesiano de coordenadas en dos dimensiones. Todo punto es etiquetado con coordenadas (x, y) . O representa un punto de referencia conocido como origen.

Tiempo (meses)	Altura (cm)
0	2
1	6
2	10
3	14
4	18
5	22

Obtención de la gráfica de la función a partir de una tabla de valores.



Tipos de funciones

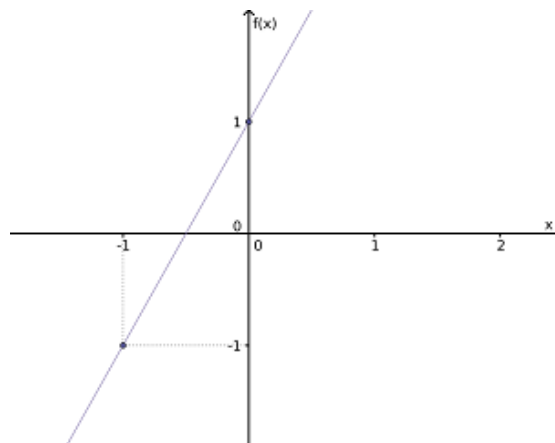
Función Lineal o de Primer Grado

Cuando la función se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$f(x) = y = mx + n$$

Se denomina función lineal y dicha expresión se la conoce como Ecuación General de la Recta, donde m y n son números reales que indican la pendiente de la recta y la ordenada al origen respectivamente.

EJEMPLO: $F(x) = y = 2x + 1$



Función Potencial

Cuando la función se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$f(x) = y = x^a$$

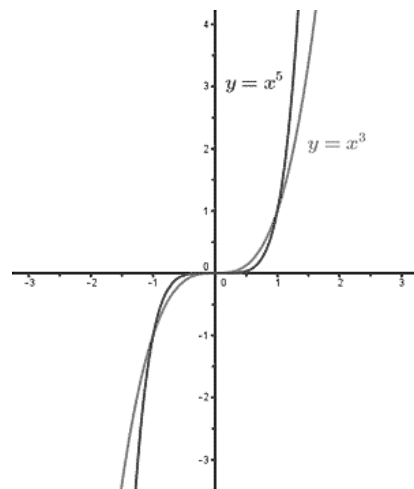
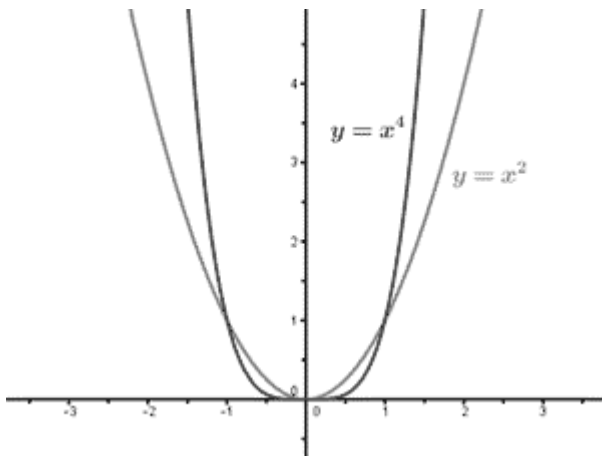
Se obtiene la expresión de una FUNCIÓN POTENCIAL donde “a” es el exponente, “x” la base e “y” la potencia.

EJEMPLOS: **EXPONENTE PAR:** $F(x) = y = x^2$

$$F(x) = y = x^4$$

EXPONENTE IMPAR: $F(x) = y = x^3$

$$F(x) = y = x^5$$



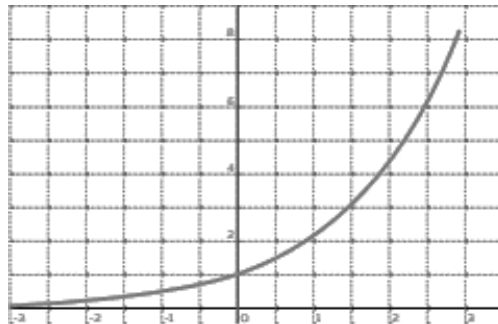
Función Exponencial

Cuando la función se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$f(x) = y = a^x$$

Se obtiene la expresión de una FUNCIÓN EXPONENCIAL, en donde “a” es la base, “x” el exponente e “y” el exponencial. La base debe ser mayor a uno o tener un valor mayor a cero y menor a uno.

EJEMPLO: $F(x) = y = 2^x$



Función Logarítmica

Cuando la función se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$f(x) = y = \log_a x$$

Se obtiene la expresión de una FUNCIÓN LOGARÍTMICA, en donde “a” es la base, la cual debe ser mayor a uno o tener un valor mayor a cero y menor a uno.

EJEMPLO: $F(x) = y = \log_2 x$

